高校数学ＩＡ　単元別演習ドリル

第 3 章 2次関数 総まとめ

重要問題の確認 ／ 理解度の診断 ／ やり直す単元がわかる

目次

1 2次関数のグラフ 平方完成と頂点 …… 1

2 グラフの平行移動・対称移動 …… 2

3 2次関数の最大・最小 …… 3

4 最大・最小の応用 …… 4

5 2次関数の決定 …… 5

6 2次方程式の解法 …… 6

7 判別式・グラフと x 軸 …… 7

8 2次不等式の解法 …… 8

9 2次不等式の応用 …… 9

10 放物線と直線・解の存在範囲 …… 10

診断シート …… 11

解答・解説 …… 13

1　2次関数のグラフ　平方完成と頂点　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.1　(1)　$f(x)=x^2-3x+2$　のとき、$f(-1)$　と　$f(a+1)$　を求めなさい。

◆ 次の 2 次関数を　$y=a(x-p)^2+q$　の形に変形し、グラフの軸と頂点を求めなさい。

Lv.1　(2)　$y=x^2-4x+1$

Lv.2　(3)　$y=-2x^2+8x-5$

Lv.3　(4)　$y=\frac{1}{2}x^2+x-1$

計算・解答スペース

2　グラフの平行移動・対称移動　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) 放物線 $y = x^2 + 2x$ を、x 軸方向に 3、y 軸方向に -2 だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めなさい。

Lv.3 (2) 放物線 $y = 2x^2 - 4x + 1$ をどのように平行移動すると、放物線 $y = 2x^2 + 8x + 5$ に重なるか答えなさい。

Lv.2 (3) 放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ を、x 軸、原点に関してそれぞれ対称移動して得られる放物線の方程式を求めなさい。

計算・解答スペース

3　2次関数の最大・最小　重要度 ★★★★★

◆ 次の 2 次関数に最大値、最小値があれば、それを求めなさい。

Lv.1 (1) $y = x^2 + 4x + 1$

Lv.2 (2) $y = x^2 - 2x - 3$ $(-1 \leqq x \leqq 4)$

Lv.2 (3) $y = -x^2 + 2x + 3$ $(2 \leqq x \leqq 4)$

◆ a は正の定数とする。$0 \leqq x \leqq a$ における関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ について、次の問いに答えなさい。

Lv.3 (4) 最小値を求めなさい。

計算・解答スペース

4　最大・最小の応用　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 関数 $y = x^2 - 2x + c$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が 5 となるように定数 c の値を定め、そのときの最小値を求めなさい。

Lv.2 (2) 周の長さが 40 cm の長方形のうち、面積が最大となるものの縦の長さと、そのときの面積を求めなさい。

Lv.3 (3) $x + y = 4$ のとき、$x^2 + y^2$ の最小値と、そのときの $x,\ y$ の値を求めなさい。

Lv.4 (4) 関数 $y = x^4 - 6x^2 + 5$ の最小値と、そのときの x の値を求めなさい。

計算・解答スペース

5　2次関数の決定　重要度 ★★★★★

◆ グラフが次の条件を満たす 2 次関数を求めなさい。

Lv.1 (1) 頂点が点 $(2,\ -1)$ で、点 $(0,\ 3)$ を通る。

Lv.2 (2) 軸が直線 $x=1$ で、2 点 $(-1,\ 5)$, $(2,\ -4)$ を通る。

Lv.2 (3) 3 点 $(0,\ -1)$, $(1,\ 2)$, $(-1,\ -2)$ を通る。

Lv.3 (4) x 軸と 2 点 $(1,\ 0)$, $(4,\ 0)$ で交わり、点 $(2,\ 4)$ を通る。

計算・解答スペース

6　2次方程式の解法　重要度 ★★★★★

◆ 次の 2 次方程式を解きなさい。

Lv.1 (1)　$x^2 - x - 12 = 0$

Lv.2 (2)　$3x^2 - 7x + 2 = 0$

Lv.2 (3)　$x^2 - 4x - 1 = 0$

Lv.2 (4)　$2x^2 + 3x - 1 = 0$

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (5)　2 次方程式 $x^2 + ax - 6 = 0$ の 1 つの解が 2 であるとき、定数 a の値と他の解を求めなさい。

計算・解答スペース

7 判別式・グラフと x 軸 重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.1 (1) 2 次方程式 $2x^2-5x+4=0$ の実数解の個数を求めなさい。

Lv.2 (2) 2 次方程式 $x^2+6x+k=0$ が重解をもつように定数 k の値を定め、そのときの重解を求めなさい。

Lv.3 (3) 2 次方程式 $x^2-2x+m=0$ が実数解をもつような、定数 m の値の範囲を求めなさい。

Lv.2 (4) 2 次関数 $y=x^2-3x-4$ のグラフと x 軸の共有点の座標を求めなさい。

Lv.3 (5) 放物線 $y=x^2+2x+k$ と x 軸の共有点の個数を、定数 k の値によって答えなさい。

計算・解答スペース

8　2次不等式の解法　重要度 ★★★★★

◆ 次の 2 次不等式を解きなさい。

Lv.1 (1)　$x^2-3x-10<0$

Lv.2 (2)　$x^2-4x+2 \geqq 0$

Lv.2 (3)　$-x^2+x+6<0$

Lv.3 (4)　$x^2-6x+9>0$

Lv.3 (5)　$x^2+2x+3<0$

計算・解答スペース

9　2次不等式の応用　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) 連立不等式 $\begin{cases} x^2 - x - 2 < 0 \\ x^2 + 2x > 0 \end{cases}$ を解きなさい。

Lv.3 (2) 2 次不等式 $x^2 + ax + b < 0$ の解が $-3 < x < 2$ となるように、定数 a, b の値を定めなさい。

Lv.3 (3) すべての実数 x に対して $x^2 + 2kx + k + 6 > 0$ が成り立つような、定数 k の値の範囲を求めなさい。

Lv.3 (4) 周の長さが $20\ \mathrm{cm}$ の長方形で、面積が $16\,\mathrm{cm}^2$ 以上となるような、縦の長さの範囲を求めなさい。

計算・解答スペース

10　放物線と直線・解の存在範囲　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) 放物線 $y=x^2-2x$ と直線 $y=x+4$ の共有点の座標を求めなさい。

◆ 次の条件を満たすような、定数の値の範囲を求めなさい。

Lv.3 (2) 2 次方程式 $x^2+ax+a-3=0$ が、正の解と負の解を 1 つずつもつ。

Lv.4 (3) 2 次方程式 $x^2-2mx+m+2=0$ が、異なる 2 つの正の解をもつ。

Lv.4 (4) 2 次方程式 $x^2-2ax+a+6=0$ の異なる 2 つの解が、ともに 1 より大きい。

計算・解答スペース

診断シート

【使い方】

① 1〜10 ページの問題を解き、「解答・解説」で丸つけをして、下の表の「結果」欄に ○ か × を記入します。
② ページ 1 から順に見ていき、最初に × がついた問題の「戻り先」の単元から、2次関数（1）〜（5）でやり直します。× がついた単元をすべてやり直したら、もう一度この診断に取り組みましょう。
③ 問題は定期テストで出題されやすい基本〜標準レベルです。全問 ○ になれば、定期テストで平均＋10 点を十分にねらえます。

問題	確認する内容	結果	×のときの戻り先
1-(1)	関数の値 $f(a)$	☐	（1）単元 1 関数の値・座標平面
1-(2)	平方完成（x^2 の係数が 1）	☐	（1）単元 6 2次関数のグラフ（2）　平方完成
1-(3)	平方完成（係数が負）	☐	（1）単元 6 2次関数のグラフ（2）　平方完成
1-(4)	平方完成（係数が分数）	☐	（1）単元 6 2次関数のグラフ（2）　平方完成
2-(1)	平行移動した放物線の式	☐	（1）単元 8 グラフの平行移動
2-(2)	頂点の移動を読み取る	☐	（1）単元 8 グラフの平行移動
2-(3)	対称移動	☐	（1）単元 9 対称移動
3-(1)	定義域がない場合	☐	（2）単元 1 最大・最小（1）　基本
3-(2)	頂点が定義域に含まれる	☐	（2）単元 1 最大・最小（1）　基本
3-(3)	頂点が定義域に含まれない	☐	（2）単元 1 最大・最小（1）　基本
3-(4)	定義域に文字を含む	☐	（2）単元 2 定義域の端が動く
4-(1)	最大値から係数を決める	☐	（2）単元 5 最大最小から係数決定
4-(2)	最大・最小の文章題	☐	（2）単元 6 最大・最小の文章題
4-(3)	条件つきの最小値	☐	（2）単元 7 2変数関数の最大・最小
4-(4)	おき換え（$t = x^2$）	☐	（2）単元 8 おき換えの最大・最小
5-(1)	頂点がわかる	☐	（2）単元 9 2次関数の決定（1）
5-(2)	軸がわかる	☐	（2）単元 9 2次関数の決定（1）
5-(3)	3 点を通る	☐	（2）単元 10 2次関数の決定（2）
5-(4)	x 軸との交点がわかる	☐	（2）単元 10 2次関数の決定（2）
6-(1)	因数分解で解く	☐	（3）単元 1 2次方程式の解法（1）　因数分解
6-(2)	たすきがけで解く	☐	（3）単元 1 2次方程式の解法（1）　因数分解
6-(3)	解の公式（$b = 2b'$）	☐	（3）単元 2 2次方程式の解法（2）　解の公式
6-(4)	解の公式	☐	（3）単元 2 2次方程式の解法（2）　解の公式

問題	確認する内容	結果	×のときの戻り先
6-(5)	解から係数を決める	□	(3) 単元 4 解から係数を決定・他の解
7-(1)	判別式と実数解の個数	□	(3) 単元 7 実数解の個数と判別式
7-(2)	重解をもつ条件	□	(3) 単元 7 実数解の個数と判別式
7-(3)	実数解をもつ条件	□	(3) 単元 8 実数解をもつ条件
7-(4)	グラフと x 軸の共有点	□	(4) 単元 1 放物線と x 軸の共有点
7-(5)	共有点の個数（文字を含む）	□	(4) 単元 2 共有点の個数・接する条件
8-(1)	2 次不等式の基本	□	(4) 単元 5 2次不等式の解法 (1)
8-(2)	解の公式を使う不等式	□	(4) 単元 5 2次不等式の解法 (1)
8-(3)	x^2 の係数が負	□	(4) 単元 5 2次不等式の解法 (1)
8-(4)	$D=0$ の不等式	□	(4) 単元 6 2次不等式の解法 (2)
8-(5)	$D<0$ の不等式	□	(4) 単元 6 2次不等式の解法 (2)
9-(1)	連立不等式	□	(4) 単元 7 連立・絶対値の不等式
9-(2)	解から係数を決める	□	(4) 単元 9 不等式の解から係数を決定
9-(3)	常に成り立つ不等式	□	(4) 単元 10 常に成り立つ不等式
9-(4)	不等式の文章題	□	(5) 単元 2 2次不等式の文章題
10-(1)	放物線と直線の共有点	□	(4) 単元 4 放物線と直線の共有点
10-(2)	正の解と負の解をもつ	□	(5) 単元 6 解の存在範囲 (1)　解の符号
10-(3)	異なる 2 つの正の解	□	(5) 単元 6 解の存在範囲 (1)　解の符号
10-(4)	2 解がともに 1 より大きい	□	(5) 単元 7 解の存在範囲 (2)　区間内の解

解答・解説

1

【考え方・テクニック】

2 次関数の問題はほぼすべて「平方完成」から始まります。x^2 の係数で x^2 と x の項をくくり、$x^2+●x=\left(x+\frac{●}{2}\right)^2-\left(\frac{●}{2}\right)^2$ を使います。$y=a(x-p)^2+q$ の頂点は $(p,\ q)$、軸は $x=p$ です。

【正答】

(1)　$f(-1)=6$，$f(a+1)=a^2-a$

(2)　$y=(x-2)^2-3$　軸は直線 $x=2$、頂点は点 $(2,\ -3)$

(3)　$y=-2(x-2)^2+3$　軸は直線 $x=2$、頂点は点 $(2,\ 3)$

(4)　$y=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$　軸は直線 $x=-1$、頂点は点 $\left(-1,\ -\frac{3}{2}\right)$

【解説】

(1)　$f(a+1)=(a+1)^2-3(a+1)+2=a^2-a$ です。式を代入するときは（ ）をつけます。

(3)　$y=-2(x^2-4x)-5=-2\{(x-2)^2-4\}-5=-2(x-2)^2+3$

(4)　$y=\frac{1}{2}(x^2+2x)-1=\frac{1}{2}\{(x+1)^2-1\}-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（1）　単元 1「関数の値・座標平面」

(2)　2次関数（1）　単元 6「2次関数のグラフ（2）　平方完成」

(3)　2次関数（1）　単元 6「2次関数のグラフ（2）　平方完成」

(4)　2次関数（1）　単元 6「2次関数のグラフ（2）　平方完成」

2

【考え方・テクニック】

平行移動は「頂点がどこからどこへ移るか」で考えるのが確実です。式で行うなら、x 軸方向に p、y 軸方向に q の平行移動は $x \to x-p$，$y \to y-q$ と置き換えます。対称移動は、x 軸 → y を $-y$ に、y 軸 → x を $-x$ に、原点 → 両方を置き換えます。

【正答】

(1)　$y = x^2 - 4x + 1$

(2)　x 軸方向に -3、y 軸方向に -2 だけ平行移動する。

(3)　x 軸：$y = -x^2 + 4x - 3$、原点：$y = -x^2 - 4x - 3$

【解説】

(1)　$y = (x+1)^2 - 1$ の頂点 $(-1,\ -1)$ が $(2,\ -3)$ に移るので、
$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ です。

(2)　$y = 2(x-1)^2 - 1$ の頂点 $(1,\ -1)$ と、$y = 2(x+2)^2 - 3$ の頂点 $(-2,\ -3)$ を比べます。

(3)　x 軸：$-y = x^2 - 4x + 3$。原点：$-y = (-x)^2 - 4(-x) + 3$ より $y = -x^2 - 4x - 3$ です。

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（1）　単元 8「グラフの平行移動」

(2)　2次関数（1）　単元 8「グラフの平行移動」

(3)　2次関数（1）　単元 9「対称移動・移動と係数の決定」

3

【考え方・テクニック】

平方完成してグラフをかき、「頂点」と「定義域の両端」の y の値を比べます。頂点が定義域に入っているかどうかが最大のポイントです。定義域に文字があるときは、軸が定義域に含まれるかどうかで場合分けします。

【正答】

(1)　$x=-2$ で最小値 -3、最大値はない。

(2)　$x=4$ で最大値 5、$x=1$ で最小値 -4

(3)　$x=2$ で最大値 3、$x=4$ で最小値 -5

(4)　$\begin{cases} 0<a<2 \text{ のとき} & x=a \text{ で最小値 } a^2-4a+3 \\ a \geqq 2 \text{ のとき} & x=2 \text{ で最小値 } -1 \end{cases}$

【解説】

(2)　$y=(x-1)^2-4$。$x=-1$ のとき $y=0$、$x=4$ のとき $y=5$ です。

(3)　$y=-(x-1)^2+4$。軸 $x=1$ は定義域の左外にあり、$2 \leqq x \leqq 4$ では x が増えると y は減ります。

(4)　$f(x)=(x-2)^2-1$。軸 $x=2$ が定義域 $0 \leqq x \leqq a$ に含まれるのは $a \geqq 2$ のときです。

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（2）　単元 1「最大・最小（1）　基本」

(2)　2次関数（2）　単元 1「最大・最小（1）　基本」

(3)　2次関数（2）　単元 1「最大・最小（1）　基本」

(4)　2次関数（2）　単元 2「最大・最小（2）　定義域の端が動く」

4

【考え方・テクニック】

最大・最小の応用も、最後は「1 つの文字の 2 次関数にして平方完成」です。文章題や条件式・おき換えでは、使う文字の変域（$0 < x < 20$、$t \geqq 0$ など）を必ず確認しましょう。

【正答】

(1) $c = 2$、$x = 1$ で最小値 1

(2) 縦 10 cm（正方形）のとき、面積は最大で $100\,\mathrm{cm}^2$

(3) $x = 2,\ y = 2$ のとき最小値 8

(4) $x = \pm\sqrt{3}$ のとき最小値 -4

【解説】

(1) $y = (x-1)^2 + c - 1$。軸 $x = 1$ から遠い $x = -1$ で最大となり、$3 + c = 5$ から $c = 2$。最小値は頂点で $c - 1 = 1$ です。

(2) 縦を x cm とすると横は $(20 - x)$ cm、$0 < x < 20$。$S = x(20 - x) = -(x - 10)^2 + 100$ です。

(3) $y = 4 - x$ を代入して $x^2 + (4 - x)^2 = 2x^2 - 8x + 16 = 2(x - 2)^2 + 8$ です。

(4) $t = x^2\,(t \geqq 0)$ とおくと $y = t^2 - 6t + 5 = (t - 3)^2 - 4$。$t = 3$ のとき $x = \pm\sqrt{3}$ です。

【×だったら戻る単元】

(1) 2次関数（2）　単元 5「最小値の最大値・最大最小から係数決定」

(2) 2次関数（2）　単元 6「最大・最小の文章題」

(3) 2次関数（2）　単元 7「2変数関数の最大・最小」

(4) 2次関数（2）　単元 8「おき換えを利用する最大・最小」

5

【考え方・テクニック】

条件に合わせてスタートの形を選びます。頂点・軸 → $y=a(x-p)^2+q$、通る 3 点 → $y=ax^2+bx+c$、x 軸との交点 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ → $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$。

【正答】

(1) $y=(x-2)^2-1$ $(y=x^2-4x+3)$

(2) $y=3(x-1)^2-7$ $(y=3x^2-6x-4)$

(3) $y=x^2+2x-1$

(4) $y=-2(x-1)(x-4)$ $(y=-2x^2+10x-8)$

【解説】

(1) $y=a(x-2)^2-1$ に $(0, 3)$ を代入して $4a-1=3$、$a=1$ です。

(2) $y=a(x-1)^2+q$ に代入して $4a+q=5$, $a+q=-4$。これを解いて $a=3$, $q=-7$ です。

(3) $c=-1$, $a+b+c=2$, $a-b+c=-2$ から $a=1$, $b=2$, $c=-1$ です。

(4) $y=a(x-1)(x-4)$ に $(2, 4)$ を代入して $-2a=4$、$a=-2$ です。

【×だったら戻る単元】

(1) 2次関数（2） 単元 9「2次関数の決定（1） 頂点・軸の条件」

(2) 2次関数（2） 単元 9「2次関数の決定（1） 頂点・軸の条件」

(3) 2次関数（2） 単元 10「2次関数の決定（2） 3点・交点の条件」

(4) 2次関数（2） 単元 10「2次関数の決定（2） 3点・交点の条件」

6

【考え方・テクニック】

まず因数分解できないかを考え、できなければ解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ を使います。x の係数が偶数のときは $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$ が便利です。「解が α」は「$x=\alpha$ を代入すると成り立つ」ということです。

【正答】

(1)　$x=4,\ -3$

(2)　$x=\dfrac{1}{3},\ 2$

(3)　$x=2\pm\sqrt{5}$

(4)　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

(5)　$a=1$、他の解は $x=-3$

【解説】

(2)　$(3x-1)(x-2)=0$ です。

(3)　$b'=-2$ として $x=2\pm\sqrt{4+1}$ です。

(4)　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+8}}{4}$ です。

(5)　$x=2$ を代入して $4+2a-6=0$、$a=1$。方程式は $x^2+x-6=0$、$(x+3)(x-2)=0$ です。

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（3）　単元 1「2次方程式の解法（1）　因数分解」

(2)　2次関数（3）　単元 1「2次方程式の解法（1）　因数分解」

(3)　2次関数（3）　単元 2「2次方程式の解法（2）　解の公式」

(4)　2次関数（3）　単元 2「2次方程式の解法（2）　解の公式」

(5)　2次関数（3）　単元 4「解から係数を決定・他の解」

7

【考え方・テクニック】

判別式 $D=b^2-4ac$（$b=2b'$ なら $\frac{D}{4}=b'^2-ac$）で、$D>0$ ⇔ 異なる 2 つの実数解 ⇔ グラフが x 軸と 2 点で交わる、$D=0$ ⇔ 重解 ⇔ 接する、$D<0$ ⇔ 実数解なし ⇔ 共有点なし、です。実数解をもつ条件は $D\geqq 0$ です。

【正答】

(1)　0 個

(2)　$k=9$、重解 $x=-3$

(3)　$m\leqq 1$

(4)　$(-1,\ 0)$, $(4,\ 0)$

(5)　$k<1$ のとき 2 個、$k=1$ のとき 1 個、$k>1$ のとき 0 個

【解説】

(1)　$D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot 4=-7<0$ です。

(2)　$\frac{D}{4}=9-k=0$ から $k=9$。$x^2+6x+9=(x+3)^2=0$ です。

(3)　$\frac{D}{4}=1-m\geqq 0$ です。

(4)　$x^2-3x-4=0$ から $(x+1)(x-4)=0$ です。

(5)　$\frac{D}{4}=1-k$ の符号で場合分けします。

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（3）　単元 7「実数解の個数と判別式」

(2)　2次関数（3）　単元 7「実数解の個数と判別式」

(3)　2次関数（3）　単元 8「実数解をもつ条件・共通解」

(4)　2次関数（4）　単元 1「放物線と x 軸の共有点」

(5)　2次関数（4）　単元 2「共有点の個数・x 軸に接する条件」

8

【考え方・テクニック】

x^2 の係数を正にしてから、グラフと x 軸の交点 $\alpha<\beta$ を求めます。<0 なら $\alpha<x<\beta$（間）、>0 なら $x<\alpha,\ \beta<x$（外側）。$D\leqq 0$ のときは $(x-p)^2\geqq 0$ を使い、「すべての実数」「p 以外」「解なし」などを判断します。

【正答】

(1)　$-2<x<5$

(2)　$x\leqq 2-\sqrt{2},\ 2+\sqrt{2}\leqq x$

(3)　$x<-2,\ 3<x$

(4)　3 以外のすべての実数

(5)　解なし

【解説】

(1)　$(x+2)(x-5)<0$ です。

(2)　$x^2-4x+2=0$ の解は $x=2\pm\sqrt{2}$ です。

(3)　両辺に -1 をかけて $x^2-x-6>0$（向きが変わる）、$(x+2)(x-3)>0$ です。

(4)　$(x-3)^2>0$ は $x=3$ のときだけ成り立ちません。

(5)　$(x+1)^2+2<0$ を満たす実数 x はありません。

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（4）　単元 5「2次不等式の解法（1）　$D>0$ の場合」

(2)　2次関数（4）　単元 5「2次不等式の解法（1）　$D>0$ の場合」

(3)　2次関数（4）　単元 5「2次不等式の解法（1）　$D>0$ の場合」

(4)　2次関数（4）　単元 6「2次不等式の解法（2）　$D\leqq 0$ の場合」

(5)　2次関数（4）　単元 6「2次不等式の解法（2）　$D\leqq 0$ の場合」

9

【考え方・テクニック】

連立不等式はそれぞれの解の共通範囲を数直線でとります。すべての実数 x で $ax^2+bx+c>0 \Leftrightarrow a>0$ かつ $D<0$ です。文章題では、文字の変域との共通範囲を答えます。

【正答】

(1) $0<x<2$

(2) $a=1,\ b=-6$

(3) $-2<k<3$

(4) 2 cm 以上 8 cm 以下

【解説】

(1) 第 1 式から $-1<x<2$、第 2 式 $x(x+2)>0$ から $x<-2,\ 0<x$ です。

(2) 解が $-3<x<2$ の 2 次不等式は $(x+3)(x-2)<0$、すなわち $x^2+x-6<0$ です。

(3) $\dfrac{D}{4}=k^2-(k+6)=(k+2)(k-3)<0$ です。

(4) 縦を x cm とすると $0<x<10$、$x(10-x)\geqq 16$ から $(x-2)(x-8)\leqq 0$、$2\leqq x\leqq 8$ です。

【×だったら戻る単元】

(1) 2次関数（4） 単元 7「連立不等式・絶対値を含む2次不等式」

(2) 2次関数（4） 単元 9「不等式の解から係数を決定」

(3) 2次関数（4） 単元 10「常に成り立つ不等式」

(4) 2次関数（5） 単元 2「2次不等式の文章題」

10

【考え方・テクニック】

共有点は連立方程式の実数解です。解の存在範囲は $f(x)$ のグラフをかき、「判別式 D」「軸の位置」「端の値 $f(k)$ の符号」で条件を立てます。正と負の解を 1 つずつ → $f(0)<0$ だけで十分です。

【正答】

(1)　$(-1,\ 3)$，$(4,\ 8)$

(2)　$a<3$

(3)　$m>2$

(4)　$3<a<7$

【解説】

(1)　$x^2-2x=x+4$ から $x^2-3x-4=0$、$(x+1)(x-4)=0$ です。

(2)　$f(x)=x^2+ax+a-3$ とおくと、条件は $f(0)=a-3<0$ です。

(3)　$f(x)=x^2-2mx+m+2$ とおくと、$\frac{D}{4}=m^2-m-2=(m+1)(m-2)>0$、軸 $m>0$、$f(0)=m+2>0$ の共通範囲で $m>2$ です。

(4)　$f(x)=x^2-2ax+a+6$ とおくと、$\frac{D}{4}=(a+2)(a-3)>0$、軸 $a>1$、$f(1)=7-a>0$ の共通範囲で $3<a<7$ です。

【×だったら戻る単元】

(1)　2次関数（4）　単元 4「放物線と直線・2つの放物線の共有点」

(2)　2次関数（5）　単元 6「解の存在範囲（1）　解の符号」

(3)　2次関数（5）　単元 6「解の存在範囲（1）　解の符号」

(4)　2次関数（5）　単元 7「解の存在範囲（2）　区間内の解」