中学3年　数学　単元別演習ドリル

関数 $y = ax^2$

式と値 ／ 変化の割合・変域 ／ グラフの利用

目次

1　$y=ax^2$ の式を求める …… 1

2　対応する x, y の値 …… 2

3　変化の割合 …… 3

4　y の変域 …… 4

5　放物線と直線の交点 …… 5

6　$y=ax^2$ の利用（文章題） …… 6

7　グラフの総合問題 …… 7

解答・解説 …… 8

1 $y=ax^2$ の式を求める　重要度 ★★★★★

◆ y は x の 2 乗に比例する。次の条件から y を x の式で表しなさい。

Lv.1 (1) $x=2$ のとき $y=12$

Lv.2 (2) $x=-3$ のとき $y=-18$

Lv.2 (3) $x=4$ のとき $y=8$

計算・解答スペース

2 対応する x, y の値　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.1 (1) $y = 2x^2$ で $x = 3$ のときの y の値を求めなさい。

Lv.2 (2) $y = 2x^2$ で $x = -2$ のときの y の値を求めなさい。

Lv.2 (3) $y = -\frac{1}{3}x^2$ で $x = 6$ のときの y の値を求めなさい。

計算・解答スペース

3 変化の割合　重要度 ★★★★★

◆ 次の関数について、x の値が示された範囲で変化するときの変化の割合を求めなさい。

Lv.2 (1) $y = 2x^2$ で x が 1 から 3 まで

Lv.3 (2) $y = x^2$ で x が -3 から -1 まで

Lv.3 (3) $y = -x^2$ で x が 2 から 5 まで

計算・解答スペース

4 y の変域　重要度 ★★★★★

◆ 次の関数で、x の変域が示された範囲のときの y の変域を求めなさい。

Lv.2 (1) $y = x^2$ で $-2 \leqq x \leqq 3$

Lv.2 (2) $y = 2x^2$ で $-1 \leqq x \leqq 3$

Lv.3 (3) $y = -3x^2$ で $-2 \leqq x \leqq 1$

計算・解答スペース

5 放物線と直線の交点　重要度 ★★★★☆

◆ 次の 2 つのグラフの交点の座標を求めなさい。

Lv.3 (1) $y = x^2$ と $y = x + 2$

Lv.3 (2) $y = \frac{1}{2}x^2$ と $y = x$

Lv.4 (3) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x + 2$ の交点を A, B とし、原点を O とする。
三角形 OAB の面積を求めなさい。

計算・解答スペース

6 $y=ax^2$ の利用（文章題）　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) ある斜面でボールを転がすと、転がり始めてから x 秒間に進む距離 y m は $y = 5x^2$ で表される。転がり始めてから 3 秒間に進む距離を求めなさい。

Lv.3 (2) 上の関係で、ボールが 20 m 進むのは、転がり始めてから何秒後か求めなさい。

Lv.4 (3) ある自動車の制動距離 y m は、速さ x km/h との間に $y = \frac{1}{20}x^2$ の関係がある。速さが 40 km/h のときの制動距離を求めなさい。

計算・解答スペース

7 グラフの総合問題　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 関数 $y = ax^2$ のグラフが点（2, 2）を通るとき、a の値を求め、$x = -4$ のときの y の値を求めなさい。

Lv.4 (2) 関数 $y = ax^2$ で、x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき、y の変域が $0 \leqq y \leqq 18$ であった。a の値を求めなさい。

計算・解答スペース

解答・解説

1

【考え方・テクニック】

y が x の 2 乗に比例するとき $y = ax^2$ とおけます。与えられた x, y の値を代入して比例定数 a を求めれば、式が決まります。

【正答】

(1) $y = 3x^2$

(2) $y = -2x^2$

(3) $y = \frac{1}{2}x^2$

【解説】

(3) $y = ax^2$ に $x = 4, y = 8$ を代入して $16a = 8$、$a = \frac{1}{2}$ です。

2

【考え方・テクニック】

対応する値は、式に x の値を代入して計算します。負の数を代入するときは、2 乗すると正になることに注意しましょう。

【正答】

(1) $y = 18$

(2) $y = 8$

(3) $y = -12$

【解説】

(2) $y = 2 \times (-2)^2 = 2 \times 4 = 8$。(3) $y = -\frac{1}{3} \times 6^2 = -\frac{1}{3} \times 36 = -12$ です。

3

【考え方・テクニック】

$y = ax^2$ の変化の割合は（y の増加量）÷（x の増加量）で求めます。x が p から q まで変わるときは、a(p + q) で計算できます。

【正答】

(1) 8

(2) -4

(3) -7

【解説】

(1) $x = 1$ のとき $y = 2$、$x = 3$ のとき $y = 18$ なので、変化の割合は $\frac{18 - 2}{3 - 1} = 8$ です。

4

【考え方・テクニック】

変域を求めるときは、まずグラフの形をイメージします。変域に x = 0 をふくむときは、y の最小値（a ＞ 0）または最大値（a ＜ 0）が 0 になることに注意します。

【正答】

(1) $0 \leqq y \leqq 9$

(2) $0 \leqq y \leqq 18$

(3) $-12 \leqq y \leqq 0$

【解説】

(1) $x=0$ で $y=0$（最小）、$x=3$ で $y=9$（最大）。変域は $0 \leqq y \leqq 9$ です。

5

【考え方・テクニック】

交点の座標は、2 つの式を連立させて解きます。y を消去してできる二次方程式を解き、x の値から y の値を求めます。

【正答】

(1) $(-1,1),(2,4)$

(2) $(0,0),(2,2)$

(3) 3

【解説】

(1) $x^2=x+2$ より $x^2-x-2=0$、$(x+1)(x-2)=0$ で $x=-1,2$。

(3) $A(-1,1),B(2,4)$ より、三角形 OAB の面積は 3 です。

6

【考え方・テクニック】

文章題では、まず与えられた関係式を使います。距離や時間を求めるときは、式に値を代入するか、方程式を解いて求めます。

【正答】

(1) $45\,m$

(2) 2 秒後

(3) $80\,m$

【解説】

(1) $y = 5 \times 3^2 = 45$ m。(2) $5x^2 = 20$、$x^2 = 4$、$x = 2$（正の数）秒後。

(3) $y = \frac{1}{20} \times 40^2 = \frac{1}{20} \times 1600 = 80$ m。

7

【考え方・テクニック】

グラフが通る点の座標を代入して a を求めます。変域から a を求めるときは、変域の端の値と、グラフの向き（上に開くか下に開くか）に注目します。

【正答】

(1) $a = \frac{1}{2}$, $y = 8$

(2) $a = 2$

【解説】

(1) $2 = a \times 2^2 = 4a$ より $a = \frac{1}{2}$。$x = -4$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 16 = 8$。

(2) $a > 0$ で、$x = 3$ のとき最大となる。$a \times 3^2 = 18$ より $a = 2$ です。