中学3年　数学　単元別演習ドリル

二次方程式

因数分解・解の公式 ／ 平方完成 ／ 文章題

目次

1　平方根の考えで解く …… 1

2　因数分解で解く（1） …… 2

3　因数分解で解く（2） …… 3

4　平方完成で解く …… 4

5　解の公式 …… 5

6　いろいろな二次方程式 …… 6

7　二次方程式の文章題 …… 7

8　図形・動点への応用 …… 8

解答・解説 …… 9

1　平方根の考えで解く　　重要度 ★★★★★

◆ 次の二次方程式を解きなさい。

Lv.1　(1)　$x^2 = 16$

Lv.2　(2)　$x^2 = 7$

Lv.2　(3)　$(x-3)^2 = 25$

Lv.3　(4)　$(x+2)^2 = 5$

計算・解答スペース

2 因数分解で解く（1）　重要度 ★★★★★

◆ 次の二次方程式を解きなさい。

Lv.1 (1) $x^2 - 5x = 0$

Lv.2 (2) $x^2 + 7x + 12 = 0$

Lv.2 (3) $x^2 - 9 = 0$

Lv.2 (4) $x^2 - 8x + 16 = 0$

計算・解答スペース

3 因数分解で解く（2）　重要度 ★★★★★

◆ 次の二次方程式を解きなさい。

Lv.2 (1) $x^2 + 2x - 15 = 0$

Lv.3 (2) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

Lv.3 (3) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

計算・解答スペース

4 平方完成で解く　重要度 ★★★★☆

◆ 次の二次方程式を、平方完成を用いて解きなさい。

Lv.3 (1) $x^2 + 6x + 2 = 0$

Lv.3 (2) $x^2 - 4x - 1 = 0$

Lv.4 (3) $x^2 + 3x + 1 = 0$

計算・解答スペース

5 解の公式　重要度 ★★★★★

◆ 次の二次方程式を、解の公式を用いて解きなさい。

Lv.2 (1) $x^2 + 5x + 2 = 0$

Lv.3 (2) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

Lv.3 (3) $3x^2 - 5x + 1 = 0$

計算・解答スペース

6 いろいろな二次方程式　重要度 ★★★★☆

◆ 次の二次方程式を解きなさい。

Lv.3 (1) $(x-1)(x+2) = 4$

Lv.3 (2) $x^2 = 2(x+6)$

Lv.4 (3) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$

計算・解答スペース

7 二次方程式の文章題　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 連続する 2 つの自然数があり、その積は 56 である。この 2 つの自然数を求めなさい。

Lv.3 (2) ある数を 2 乗すると、もとの数の 3 倍より 10 大きくなる。もとの数を求めなさい。

Lv.4 (3) 縦が横より 3 m 長い長方形の土地があり、その面積は 40 ㎡ である。この土地の横の長さを求めなさい。

計算・解答スペース

8　図形・動点への応用　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 1 辺が x cm の正方形の紙がある。この紙の縦・横をそれぞれ 4 cm ずつ長くして長方形を作ると、面積はもとの正方形より 48 cm² 大きくなった。もとの正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

Lv.4 (2) 長方形 ABCD で AB = 6 cm、BC = 8 cm である。点 P は A を出発して辺 AB 上を B まで、点 Q は B を出発して辺 BC 上を C まで、それぞれ毎秒 1 cm の速さで同時に動く。三角形 PBQ の面積が 4 cm² になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

計算・解答スペース

解答・解説

1

【考え方・テクニック】

$x^2 = k$ の形は、平方根の考えで $x = \pm\sqrt{\mathrm{k}}$ と解けます。$(x + a)^2 = k$ の形も、$x + a = \pm\sqrt{\mathrm{k}}$ として、a を移項すれば求められます。

【正答】

(1) $x = \pm 4$

(2) $x = \pm\sqrt{7}$

(3) $x = 8, -2$

(4) $x = -2 \pm\sqrt{5}$

【解説】

(3) $(x-3)^2 = 25$ より $x - 3 = \pm 5$、$x = 3 \pm 5$ なので $x = 8, -2$ です。

2

【考え方・テクニック】

移項して（左辺）= 0 の形にし、左辺を因数分解します。AB = 0 ならば A = 0 または B = 0 を使って解を求めます。

【正答】

(1) $x = 0, 5$

(2) $x = -3, -4$

(3) $x = \pm 3$

(4) $x = 4$

【解説】

(1) $x^2 - 5x = x(x-5) = 0$ より $x = 0, 5$。(4) は $(x-4)^2 = 0$ より重解 $x = 4$ です。

3

【考え方・テクニック】

x^2 の係数が 1 でないときは、たすきがけで因数分解します。因数分解できたら、各因数を 0 とおいて解きます。

【正答】

(1) $x = 3, -5$

(2) $x = \dfrac{1}{2}, 3$

(3) $x = \dfrac{1}{3}, -2$

【解説】

(2) $2x^2 - 7x + 3 = (2x-1)(x-3) = 0$ より $x = \dfrac{1}{2}, 3$ です。

4

【考え方・テクニック】

$x^2 + px$ の形をつくり、$(x + p/2)^2 - (p/2)^2$ と変形します。定数項を移項して $x^2 + px = q$ の形にしてから平方完成すると計算しやすいです。

【正答】

(1) $x = -3 \pm \sqrt{7}$

(2) $x = 2 \pm \sqrt{5}$

(3) $x = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

【解説】

(1) $x^2 + 6x + 2 = 0$ を $(x + 3)^2 = 7$ と変形して、$x + 3 = \pm\sqrt{7}$、$x = -3 \pm \sqrt{7}$ です。

5

【考え方・テクニック】

解の公式は、$ax^2 + bx + c = 0$ のとき $x = (-b \pm \sqrt{b^2-4ac}) / (2a)$ です。a, b, c の符号に注意して代入します。

【正答】

(1) $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$

(2) $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

(3) $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$

【解説】

(2) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ に $a = 2, b = -3, c = -1$ を代入すると、$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4} = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$ です。

6

【考え方・テクニック】

まず展開・整理して $ax^2 + bx + c = 0$ の形にそろえます。分数をふくむときは、両辺を何倍かして係数を整数にしてから解きます。

【正答】

(1) $x = 2, -3$

(2) $x = 1 \pm \sqrt{13}$

(3) $x = 4, -2$

【解説】

(1) $(x-1)(x+2) = 4$ を展開して $x^2 + x - 2 = 4$、$x^2 + x - 6 = 0$、$(x-2)(x+3) = 0$ です。

(3) 両辺を 2 倍して $x^2 - 2x - 8 = 0$、$(x-4)(x+2) = 0$ です。

7

【考え方・テクニック】

求めるものを x とおき、条件を等式で表します。二次方程式を解いたあと、問題の条件（自然数・正の数・長さなど）に合う解を選ぶことが大切です。

【正答】

(1)　7 と 8

(2) 5 と -2

(3)　横 5 m

【解説】

(1) 小さい方を n とすると $n(n+1) = 56$、$n^2 + n - 56 = 0$、$(n-7)(n+8) = 0$。自然数だから $n = 7$ で、7 と 8。

(3) 横を x m とすると $x(x+3) = 40$、$x^2 + 3x - 40 = 0$、$(x-5)(x+8) = 0$。長さは正なので $x = 5$ m。

8

【考え方・テクニック】

図形の問題では、辺の長さや面積を x で表して等式を立てます。動点の問題では、時間 t を使って長さを表し、面積の公式にあてはめます。

【正答】

(1)　4 cm

(2)　2 秒後 と 4 秒後

【解説】

(1) $(x+4)^2 - x^2 = 48$ より $8x + 16 = 48$、$x = 4$ cm。

(2) 出発から t 秒後、$BP = 6 - t$、$BQ = t$ なので、面積は $\frac{1}{2}(6-t)t = 4$。整理して

$t^2 - 6t + 8 = 0$、$(t-2)(t-4) = 0$ より $t = 2, 4$（ともに条件を満たす）。