中学3年　数学　単元別演習ドリル

平方根

根号の計算 ／ 有理化 ／ 式の値

目次

1　平方根の基本 …… 1

2　平方根の大小 …… 2

3　根号をふくむ乗法・除法 …… 3

4　根号をふくむ加法・減法 …… 4

5　分母の有理化 …… 5

6　根号の中が整数になる条件 …… 6

7　式の値・整数部分と小数部分 …… 7

8　平方根の近似と利用 …… 8

解答・解説 …… 9

1　平方根の基本　　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.1 (1) 36 の平方根を答えなさい。

Lv.1 (2) $\sqrt{49}$ の値を求めなさい。

Lv.2 (3) $\sqrt{(-5)^2}$ を根号を使わずに表しなさい。

Lv.2 (4) $(-\sqrt{7})^2$ の値を求めなさい。

計算・解答スペース

2 平方根の大小　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) $\sqrt{15}$ と 4 の大小を、不等号を使って表しなさい。

Lv.3 (2) $2 < \sqrt{7} < a$ にあてはまる整数を求めなさい。

Lv.3 (3) $\sqrt{\mathrm{a}} < 4$ を満たす自然数 a をすべて求めなさい。

計算・解答スペース

3 根号をふくむ乗法・除法　重要度 ★★★★★

◆ 次の計算をしなさい。

Lv.2 (1) $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

Lv.2 (2) $\sqrt{24} \div \sqrt{3}$

Lv.3 (3) $\sqrt{50}$ を根号の外に係数を出した形にしなさい。

Lv.3 (4) $2\sqrt{18} \times \sqrt{2}$ を計算しなさい。

計算・解答スペース

4 根号をふくむ加法・減法　重要度 ★★★★★

◆ 次の計算をしなさい。

Lv.2 (1) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

Lv.2 (2) $\sqrt{18}-\sqrt{8}$

Lv.3 (3) $\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

Lv.3 (4) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$

計算・解答スペース

5 分母の有理化　重要度 ★★★★★

◆ 次の数の分母を有理化しなさい。

Lv.2 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Lv.3 (2) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

Lv.3 (3) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

Lv.4 (4) $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

計算・解答スペース

6 根号の中が整数になる条件　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) $\sqrt{12n}$ の値が自然数となるような、もっとも小さい自然数 n を求めなさい。

Lv.4 (2) $\sqrt{50-2a}$ の値が自然数となるような自然数 a は何個あるか求めなさい。

計算・解答スペース

7 式の値・整数部分と小数部分　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) $x=\sqrt{5}$ のとき、x^2+2x の値を求めなさい。

Lv.4 (2) $x=\sqrt{3}+2$ のとき、x^2-4x+4 の値を求めなさい。

Lv.4 (3) $\sqrt{7}$ の整数部分を a、小数部分を b とするとき、
$a(a+b)$ の値を求めなさい。

計算・解答スペース

8 平方根の近似と利用　重要度 ★★★☆☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) $\sqrt{2} = 1.41$ とするとき、$\sqrt{8}$ のおよその値を求めなさい。

Lv.3 (2) $\sqrt{3} = 1.73$ とするとき、$\sqrt{12} - \sqrt{3}$ のおよその値を求めなさい。

計算・解答スペース

解答・解説

1

【考え方・テクニック】

正の数 a の平方根は、2 乗すると a になる数で、$+\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ の 2 つあります。$\sqrt{a^2} = |a|$ であること、$(-\sqrt{a})^2 = a$ であることに注意しましょう。

【正答】

(1) $+6$ と -6

(2) 7

(3) 5

(4) 7

【解説】

(3) $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$。2 乗して根号をとると、絶対値の 5 になります。

2

【考え方・テクニック】

根号をふくむ数の大小は、2 乗して根号のない形にして比べます。整数 m は $\sqrt{m^2}$ と考えると比べやすくなります。

【正答】

$\sqrt{15} < 4$

(2) 4

(3) $a = 1, 2, \cdots, 15$

【解説】

(1) $4 = \sqrt{16}$ で、$15 < 16$ だから $\sqrt{15} < 4$ です。

(3) $\sqrt{a} < 4 = \sqrt{16}$ より $a < 16$。自然数だから 1 から 15 までの 15 個です。

3

【考え方・テクニック】

根号をふくむ乗法・除法は、$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$、$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a/b}$ を使います。根号の中はできるだけ小さい自然数にし、$a\sqrt{b}$ の形に整理します。

【正答】

(1) $3\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{2}$

(3) $5\sqrt{2}$

(4) 12

【解説】

(3) $\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ です。

(4) $2\sqrt{18} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{36} = 2 \times 6 = 12$ です。

4

【考え方・テクニック】

根号をふくむ加法・減法は、根号の中が同じもの（同類の根号）だけをまとめます。$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ のように、まず根号の外に係数を出す形にそろえるのがポイントです。

【正答】

(1) $7\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2}$

(3) $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(4) $7 + 2\sqrt{10}$

【解説】

(2) $\sqrt{18}-\sqrt{8} = 3\sqrt{2}-2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ です。

(4) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{10}+2 = 7 + 2\sqrt{10}$ です。

5

【考え方・テクニック】

分母の有理化は、分母の根号を消すこと。分母が √a なら √a を、分母が √a-√b なら √a+√b（共役）を、分母・分子にかけます。

【正答】

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $2\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

【解説】

(2) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ の分母・分子に $\sqrt{3}$ をかけて $\frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ です。

(4) 分母・分子に $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ をかけると、分母は $5-3=2$、分子は $2(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ で、答えは $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ です。

6

【考え方・テクニック】

√（整数）が自然数になるのは、根号の中が「平方数」のときです。素因数分解して、すべての指数が偶数になるように考えます。

【正答】

(1) $n = 3$

(2) 3個

【解説】

(1) $12 = 2^2 \times 3$ なので、$\sqrt{12n}$ が自然数になるには 3 をかければよく、最小の n は 3 です。

(2) $50 - 2a$ が平方数になるのは $36, 16, 4$（a = 7, 17, 23）の 3 個です。（0 は自然数にふくめない）

7

【考え方・テクニック】

式の値は、条件式を x=（整数）+√… の形に変形して 2 乗すると、根号が消えて計算しやすくなります。整数部分・小数部分は、√ の値がどの整数の間にあるかを考えます。

【正答】

(1) $5 + 2\sqrt{5}$

(2) 3

(3) $2\sqrt{7}$

【解説】

(2) $x = \sqrt{3} + 2$ より $x - 2 = \sqrt{3}$、2 乗して $(x-2)^2 = 3$。$x^2 - 4x + 4 = 3$ です。

(3) $\sqrt{7}$ は $2 < \sqrt{7} < 3$ なので整数部分 $a = 2$、小数部分 $b = \sqrt{7} - 2$。$a(a+b) = 2 \times \sqrt{7}$ = $2\sqrt{7}$ です。

8

【考え方・テクニック】

近似値の計算では、まず根号の外に係数を出した形にして、根号の部分に与えられた近似値を代入します。$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ のように変形するのがコツです。

【正答】

(1)　2.82

(2)　1.73

【解説】

(1) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \fallingdotseq 2 \times 1.41 = 2.82$ です。

(2) $\sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \fallingdotseq 1.73$ です。