数学ＩＡ　単元別演習ドリル

場合の数

数え上げ ／ 順列 ／ 組み合わせ

目次

1　樹形図・辞書式で数える …… 1

2　和の法則・積の法則 …… 2

3　順列（1）　nPr の基本 …… 3

4　順列（2）　条件つき …… 4

5　円順列 …… 5

6　組み合わせ（1）　nCr の基本 …… 6

7　組み合わせ（2）　条件つき …… 7

8　順列・組み合わせの融合 …… 8

解答・解説 …… 9

1　樹形図・辞書式で数える　　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.1 (1) 大・小 2 つのさいころを投げるとき、目の和が 7 になる場合は何通りあるか求めなさい。

Lv.2 (2) 1, 2, 3 の 3 枚のカードを並べてできる 3 けたの整数は何通りあるか、樹形図をかいて求めなさい。

Lv.3 (3) A, B, C, D の 4 チームで総当たり戦（どのチームとも 1 回ずつ対戦）を行うとき、試合数は全部で何試合か求めなさい。

計算・解答スペース

2 和の法則・積の法則　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) 大・小 2 つのさいころを投げるとき、目の和が 5 または 9 になる場合は何通りか求めなさい。

Lv.2 (2) 3 種類のシャツと 4 種類のズボンから 1 つずつ選ぶとき、組み合わせは何通りか求めなさい。

Lv.3 (3) 240 の正の約数は何個あるか求めなさい。

Lv.3 (4) 大・中・小 3 つのさいころを投げるとき、目の積が偶数になる場合は何通りか求めなさい。

計算・解答スペース

3 順列（1） nPr の基本　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) ${}_6P_3$ の値を求めなさい。

Lv.2 (2) 7 人から 3 人を選んで 1 列に並べる方法は何通りか求めなさい。

Lv.3 (3) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字から異なる 3 個を選んでできる 3 けたの整数は何通りか求めなさい。

Lv.3 (4) a, b, c, d, e の 5 文字をすべて 1 列に並べる方法は何通りか求めなさい。

計算・解答スペース

4 順列（2） 条件つき　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 6 人が 1 列に並ぶとき、特定の 2 人が両端にくる並び方は何通りか求めなさい。

Lv.3 (2) 男子 3 人・女子 2 人が 1 列に並ぶとき、女子 2 人がとなり合う並び方は何通りか求めなさい。

Lv.4 (3) 0, 1, 2, 3, 4 の 5 個の数字から異なる 3 個を使ってできる 3 けたの整数は何通りか求めなさい。

計算・解答スペース

5 円順列　重要度 ★★★☆☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 5 人が円卓に座る座り方は何通りか求めなさい。

Lv.4 (2) 大人 3 人・子ども 2 人が円形に並ぶとき、子ども 2 人がとなり合う並び方は何通りか求めなさい。

計算・解答スペース

6 組み合わせ（1） nCr の基本　重要度 ★★★★★

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.2 (1) ${}_7C_2$ の値を求めなさい。

Lv.2 (2) 8 人から 3 人の委員を選ぶ方法は何通りか求めなさい。

Lv.3 (3) ${}_6C_4$ の値を求めなさい。

Lv.3 (4) 正八角形の 3 つの頂点を結んでできる三角形は何個あるか求めなさい。

計算・解答スペース

7 組み合わせ（2） 条件つき　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.3 (1) 男子 5 人・女子 4 人から 4 人の代表を選ぶとき、男女 2 人ずつ選ぶ方法は何通りか求めなさい。

Lv.4 (2) 9 人を 4 人・5 人の 2 組に分ける方法は何通りか求めなさい。

Lv.4 (3) 赤玉 4 個・白玉 3 個から 3 個を取り出すとき、少なくとも 1 個が赤玉である取り出し方は何通りか求めなさい。

計算・解答スペース

8 順列・組み合わせの融合　重要度 ★★★★☆

◆ 次の問いに答えなさい。

Lv.4 (1) MATH の 4 文字をすべて並べてできる文字列は何通りか求めなさい。

Lv.4 (2) SUCCESS の 7 文字をすべて並べてできる文字列は何通りか求めなさい。（同じ文字をふくむ）

計算・解答スペース

解答・解説

1

【考え方・テクニック】

数え上げの基本は、樹形図や表で「もれなく・重複なく」書き出すことです。総当たり戦は、2 チームの組を選ぶ問題と同じと考えられます。

【正答】

(1)　6 通り

(2)　6 通り

(3)　6 試合

【解説】

(1) 和が 7 になるのは (1,6)(2,5)(3,4)(4,3)(5,2)(6,1) の 6 通り。

(3) 4 チームから 2 チームを選ぶ組が試合数なので ${}_4C_2$ = 6 試合。

2

【考え方・テクニック】

「または」でつながる場合は和の法則（たす）、「同時に・続けて」起こる場合は積の法則（かける）を使います。約数の個数は、素因数分解の指数を使って求めます。

【正答】

(1)　8 通り

(2)　12 通り

(3)　20 個

(4)　189 通り

【解説】

(3) $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ なので、約数の個数は $(4+1)(1+1)(1+1) = 20$ 個。

(4) 全体 $6^3 = 216$ から、積が奇数（すべて奇数の目）$3^3 = 27$ をひいて $216 - 27 = 189$ 通り。

3

【考え方・テクニック】

順列は「並べる」問題で、順序を区別します。異なる n 個から r 個を選んで並べる方法は ${}_{n}P_{r}$ = n(n-1)…(n-r+1) 通りです。

【正答】

(1) ${}_{6}P_{3} = 120$

(2) 210 通り

(3) 60 通り

(4) 120 通り

【解説】

(1) ${}_{6}P_{3} = 6 \times 5 \times 4 = 120$。

(2) ${}_{7}P_{3} = 7 \times 6 \times 5 = 210$ 通り。

(4) $5! = 120$ 通り。

4

【考え方・テクニック】

条件つきの順列は、条件のある部分を先に決めるのがコツです。「となり合う」ときは、その組を 1 つにまとめて並べ、最後に組の中の並べ方をかけます。

【正答】

(1) 48 通り

(2) 48 通り

(3) 48 通り

【解説】

(2) 女子 2 人を 1 組とみて 4 つを並べ $4! = 24$、女子内の並び $2! = 2$ をかけて $24 \times 2 = 48$ 通り。

(3) 百の位は 0 以外の 4 通り、残り 2 けたは残った 4 個から ${}_4P_2$ = 12、$4 \times 12 = 48$ 通り。

5

【考え方・テクニック】

円順列は、回転して同じになる並べ方を 1 つと数えます。n 人の円順列は $(n-1)!$ 通りです。

【正答】

(1) 24 通り

(2) 12 通り

【解説】

(1) $(5-1)! = 4! = 24$ 通り。

(2) 子ども 2 人を 1 組として 4 つの円順列 $(4-1)! = 6$、子ども内の並び $2! = 2$ をかけて $6 \times 2 = 12$ 通り。

6

【考え方・テクニック】

組み合わせは「選ぶだけ」で順序を区別しません。異なる n 個から r 個を選ぶ方法は ${}_{\mathrm{n}}C_{\mathrm{r}}$ = $\dfrac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$ 通りです。

【正答】

(1) ${}_7C_2 = 21$

(2) 56 通り

(3) ${}_6C_4 = 15$

(4) 56 個

【解説】

(1) ${}_7C_2 = \dfrac{7\times 6}{2\times 1} = 21$。

(3) ${}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$（${}_{\mathrm{n}}C_{\mathrm{r}} = {}_{\mathrm{n}}C_{\mathrm{n-r}}$ を利用）。

(4) 8 個の頂点から 3 個を選べば三角形になるので ${}_8C_3$ = 56 個。

7

【考え方・テクニック】

条件つきの組み合わせは、グループごとに選んでかけ合わせます。「少なくとも」は、全体から反対の場合（1 つも～ない）をひくと速く求められます。

【正答】

(1) 60 通り

(2) 126 通り

(3) 34 通り

【解説】

(1) 男子から 2 人 ${}_5C_2 = 10$、女子から 2 人 ${}_4C_2 = 6$、$10 \times 6 = 60$ 通り。

(3) 全体 ${}_7C_3 = 35$ から、赤が 0 個（白 3 個）${}_3C_3 = 1$ をひいて $35 - 1 = 34$ 通り。

8

【考え方・テクニック】

同じものをふくむ順列は、全体の順列を、同じものの並べかえの分だけわって求めます。n 個のうち同じものが p 個，q 個…あるとき、$\dfrac{n!}{p!\,q!\cdots}$ 通りです。

【正答】

(1) 24 通り

(2) 420 通り

【解説】

(1) $MATH$ は 4 文字すべて異なるので $4! = 24$ 通り。

(2) $SUCCESS$ は S が 3 個，C が 2 個なので $\dfrac{7!}{3!\,2!} = \dfrac{5040}{12} = 420$ 通り。